

Étude  
des

Yroscoopes

BAKKALI Wali

SEBAUX Gauthier

LE GAL Yannick

Travaux Personnels Encadrés

Travaux Personnels Encadrés

**« Comment orienter une plate-forme  
au moyen de gyroscopes ? »**

**BAKKALI Wali**

**SEBAUX Gauthier**

**LE GAL Yannick**

Première S-SI 7  
Année 2009-2010

M. FAYOLLAS & M. SAID AIZPURU  
Lycée Pierre Paul Riquet, S<sup>t</sup> Orens de Gameville

# Sommaire

## Introduction

<b>I. Étude théorique</b> .....	p1
1°) Notions préliminaires.....	p1
a) Quantité de mouvement.....	p1
b) Moment cinétique.....	p2
2°) Étude du mouvement du gyroscope.....	p2

<b>II. Caractérisation</b> .....	p4
1°) Roue de vélo suspendue.....	p4
2°) Basculement d'une roue.....	p5
3°) Plate-forme sur pivot.....	p6

<b>III. Conception de la plate-forme</b> .....	p8
1°) Conception mécanique.....	p8
2°) Conception électrique.....	p9
3°) Réalisation.....	p9

## IV. Conclusion

## Sources

# Introduction

Qu'est-ce qu'un gyroscope ?

Le terme « gyroscope » (du grec « qui regarde la rotation ») désigne un objet monté de manière à tourner très vite autour d'un axe de symétrie. De nombreux types d'objets utilisent ce principe comme la toupie, la roue de bicyclette ou encore la Terre.

Tous ces corps présentent des propriétés dites « gyroscopiques » qui servent dans de nombreux systèmes de guidage et de stabilisation.

Les gyroscopes sont utilisés :

- pour construire des compas gyroscopiques qui remplacent les boussoles magnétiques dans les navires et les avions par exemple,
- pour aider à la stabilité (bicyclette, satellite ...).

Les effets gyroscopiques sont aussi la base de jouets comme les toupies et les yo-yos.

L'étude réalisée a pour objectif de caractériser le comportement du gyroscope puis de concevoir une plateforme orientée par des gyroscopes.

Le premier chapitre présente l'étude théorique qui décrit le mouvement d'un gyroscope.

Une seconde partie décrit les expériences réalisées pour caractériser les effets gyroscopiques.

Enfin, un dernier chapitre présente le projet de la plateforme dont l'orientation est pilotée par des gyroscopes télécommandés.

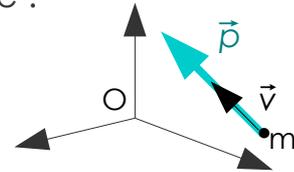
# I. Étude théorique

## 1°) Notions de base

### a) Quantité de mouvement

► La quantité de mouvement d'un point de masse  $m$  animé d'une vitesse  $\vec{v}$ , est définie comme le produit de la masse et de la vitesse :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$



Il s'agit donc, comme la vitesse, d'une grandeur vectorielle. L'unité S.I. de la quantité de mouvement est le  $\text{kg.m.s}^{-1}$ .

► Cas d'un point P en rotation à vitesse constante autour d'un point O :

Le point P décrit un arc de cercle de longueur  $\ell$  à une distance  $r$  du centre O. Donc lorsque  $r$  tourne d'un angle  $\theta$ , son extrémité se déplace d'une distance  $\ell$  telle que :

$$\ell = r\theta \quad (\text{Avec } \theta \text{ en radians})$$

La vitesse de ce point peut donc être calculée :

$$\text{à } t_1; \ell_1 = r\theta_1$$

et à  $t_2; \ell_2 = r\theta_2$  (pour  $t_2$  et  $t_1$  très proches)

donc la vitesse  $v$  du point P s'exprime par :

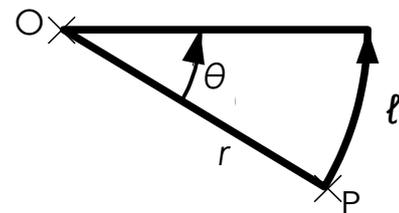
$$v = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{\ell_2 - \ell_1}{t_2 - t_1}$$

$$v = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{r\theta_2 - r\theta_1}{t_2 - t_1}$$

$$v = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{r(\theta_2 - \theta_1)}{t_2 - t_1}$$

$$v = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{r\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} r\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right)$$



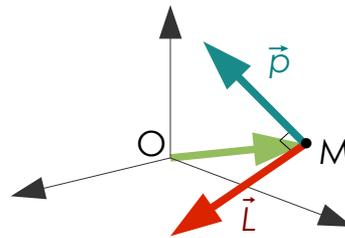
$$v = r\omega$$

Avec  $\omega$ , la vitesse de rotation du point P autour du point O (en  $\text{rad.s}^{-1}$ ).

## b) Moment cinétique

Le moment cinétique d'un point M de masse  $m$  et de vitesse  $\vec{v}$  est défini par :

$$\vec{L} = \vec{OM} \wedge \vec{p}$$



Or, on a :  $\vec{p} = m\vec{v}$

donc :  $\vec{L} = \vec{OM} \wedge m\vec{v}$

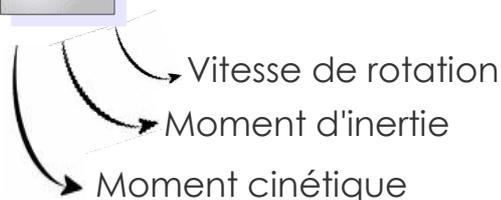
Or, dans le cas d'un mouvement circulaire autour d'un axe fixe d'un point situé à une distance  $r$  du centre de rotation, on a :  $\vec{OM} = \vec{r}$  et  $v = r\omega$  avec  $\vec{r}$  orthogonal à  $\vec{v}$ .

donc :  $\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$   
 $\vec{L} = mvr\vec{k}$   
 $\vec{L} = mr^2\omega\vec{k}$

$\vec{k}$  étant un vecteur unitaire, orthogonal à  $\vec{r}$  et  $\vec{v}$ , tel que le trièdre  $(\vec{r}, \vec{v}, \vec{k})$  soit direct.

Avec  $I = mr^2$  appelé le moment d'inertie

On obtient :  $\vec{L} = I\vec{\omega}$



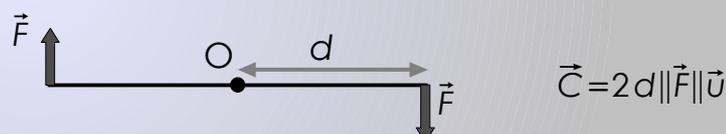
## 2°) Étude du mouvement du gyroscope

L'équation fondamentale de la dynamique nous dit que si un corps est soumis à un couple de force  $\vec{C}$ , il subit un mouvement de rotation résultant de l'accélération angulaire  $\alpha$  donné par l'équation :  $\vec{C} = I\vec{\alpha}$

(Par similitude à l'équation  $\vec{F} = m\vec{a}$  (pour un mouvement de translation) qui nous dit que la force totale appliquée à un corps est égale au produit de la masse du corps par l'accélération résultante.)

Le couple  $\vec{C}$  désigne l'effort en rotation appliqué à un axe par des forces dont la résultante est nulle et le moment résultant non nul.

On peut représenter un couple par l'action de deux forces symétriques par rapport au point de rotation.



$\vec{u}$  étant le vecteur unitaire perpendiculaire au plan de la figure.  
 Le couple s'exprime donc en N.m

Donc :  $\vec{C} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt}$   $\vec{C} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Or, on sait que  $\vec{L} = I\vec{\omega}$

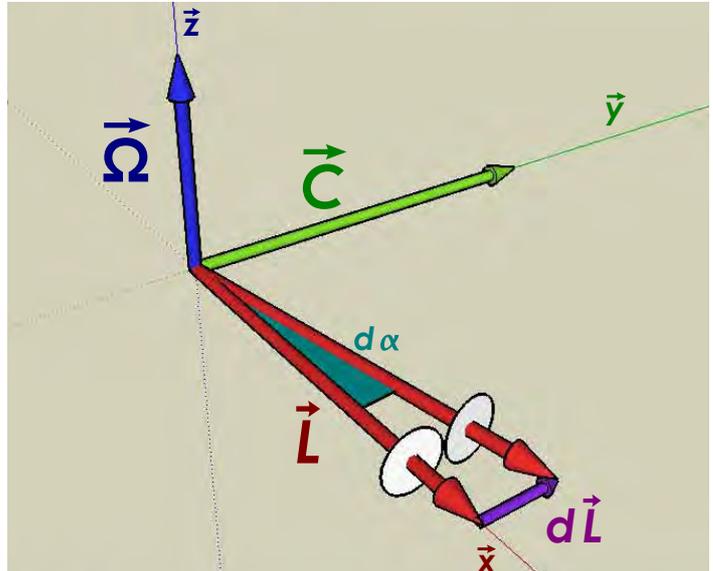
$\vec{C}$  est le couple appliqué  
 $\vec{L}$  est le moment cinétique

Donc lorsqu'on applique un couple  $\vec{C}$  de direction  $(O; \vec{y})$  de façon perpendiculaire à l'axe de rotation d'un gyroscope, on obtient une variation du moment cinétique tel que :

$\vec{C} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Avec :  $\tan(d\alpha) = d\alpha = \frac{\|d\vec{L}\|}{\|\vec{L}\|}$  (pour  $d\alpha \rightarrow 0$ )

$\|d\vec{L}\| = d\alpha \|\vec{L}\|$



Donc :  $\|\vec{C}\| = \frac{\|\vec{L}\| d\alpha}{dt}$

$\|\vec{C}\| = \|\vec{L}\| \frac{d\alpha}{dt}$

$\|\vec{C}\| = \|\vec{L}\| \cdot \|\vec{\Omega}\|$

On reconnaît l'expression de la vitesse de rotation  $\Omega$  du gyroscope autour de l'axe  $\vec{z}$ .

Or,  $\vec{C}$  est de direction  $(O, \vec{y})$   
 $\vec{L}$  est de direction  $(O, \vec{x})$   
 et  $\vec{\Omega}$  est de direction  $(O, \vec{z})$

Donc, d'après la règle du trièdre direct du produit vectoriel :

$\vec{C} = \vec{\Omega} \wedge \vec{L}$

Moment cinétique (induit par la rotation propre du gyroscope)  
 Rotation de l'ensemble selon l'axe  $\vec{z}$   
 Couple appliqué au système

Cette équation nous permet de comprendre le comportement parfois surprenant d'un gyroscope :

Lorsque la roue tourne très vite, le moment cinétique est important, donc :

- Si le couple appliqué est très faible, la vitesse de rotation  $\vec{\Omega}$  est très faible, donc le gyroscope garde la même direction.
- Si l'on impose un changement de direction au gyroscope autour de  $(O; \vec{z})$  (on impose  $\vec{\Omega}$ ), le couple généré par réaction  $\vec{C}' = -\vec{C}$  sera important et dirigé selon  $(O; -\vec{y})$  : c'est « l'effet gyroscopique ».

Nous allons vérifier cette équation qui caractérise le comportement d'un gyroscope par la réalisation de diverses expériences présentées en deuxième partie.

# II. Caractérisation

## 1°) Roue de vélo suspendue

La première expérience a consisté à faire tourner une roue de vélo sur son axe horizontal en supportant une extrémité de l'axe par une corde et en laissant libre l'autre extrémité de l'axe.

Au lieu de tomber comme on peut s'y attendre, la roue apparaît comme défiant la gravité en restant sur son axe horizontal. L'extrémité libre de l'axe décrit lentement un cercle dans un plan horizontal. Cet effet s'explique par l'équation présentée précédemment :

$$\vec{C} = \vec{\Omega} \wedge \vec{L}$$

- Le moment cinétique  $\vec{L}$  de la roue est dirigé suivant l'axe de rotation de la roue.  $\vec{L} = I\vec{\omega}$

-  $\vec{C}$  est le couple appliqué, généré par le poids de la roue suspendue par une extrémité de l'axe :

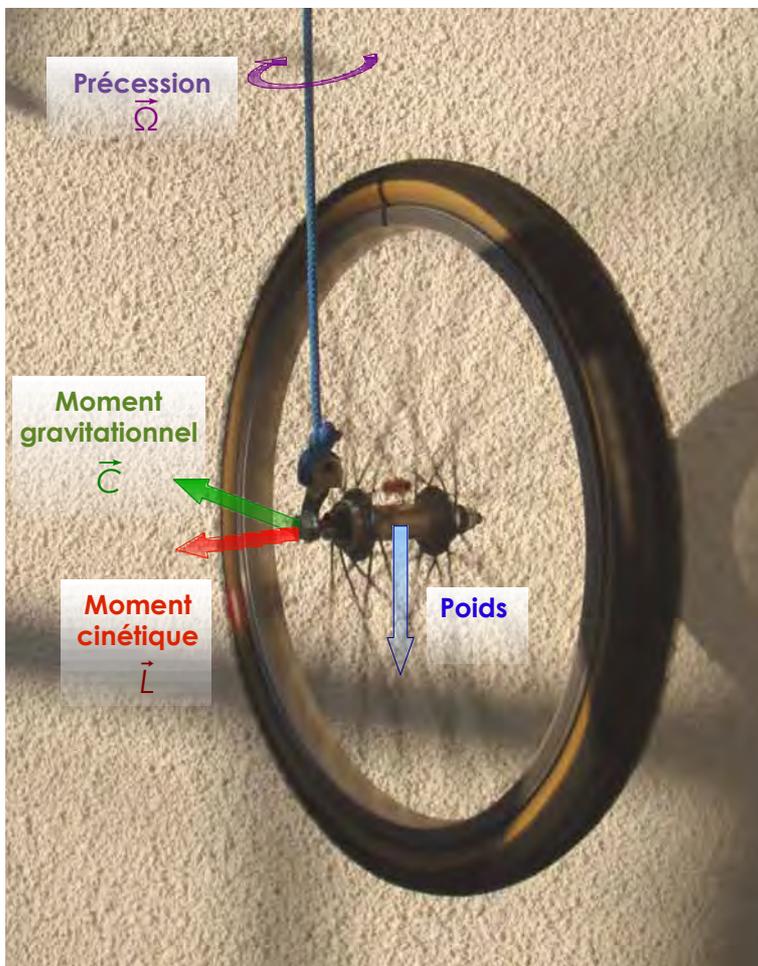
$$\|\vec{C}\| = d.m.g$$

$d$  étant la distance de l'extrémité de l'axe au centre de la roue.

On constate une rotation lente  $\vec{\Omega}$  de la roue autour de l'axe représenté par la corde : cette rotation est appelé **précession**.

La valeur de  $\vec{\Omega}$  vaut :

$$\Omega = \frac{C}{L} \quad \Omega = \frac{d.m.g}{I\omega}$$



Donc plus la vitesse de rotation de la roue est élevée et plus la précession est faible (cette propriété explique la stabilité du gyroscope utilisé dans les compas). On constate en effet que lorsque la vitesse de la roue diminue, la vitesse de précession augmente.

Calcul de la précession lors de l'expérience :

Caractéristique de la roue :

masse  $m = 450\text{g}$  (dont  $100\text{g}$  d'axe estimé soustrait pour le calcul de l'inertie)

rayon  $r = 0,21\text{m}$

distance  $d = 5,5\text{ cm}$

donc l'inertie de la roue est estimée à  $I = m \cdot r^2 = 0,015\text{ Kg.m}^2$

Mesure :

vitesse de rotation chronométrée : 19 tours en 7 s pendant 1 tour de précession

donc  $\omega = 2,7\text{ tours.s}^{-1}$

$\omega = 17,05\text{ rad.s}^{-1}$

On obtient :

$$L = I\omega = 0,26\text{ Kg.m}^2.\text{rad.s}^{-1}$$

$$C = m \cdot g \cdot d$$

$$L = 0,26\text{ Kg.m}^2.\text{rad.s}^{-1}$$

$$C = 0,24\text{ N.m}$$

Donc :

$$\Omega = \frac{C}{L} = 0,92\text{ rad.s}^{-1}$$

$$\Omega = \frac{0,92}{2\pi}\text{ tours.s}^{-1} = 0,15\text{ tours.s}^{-1}$$

Donc un tour devrait être réalisé en  $\frac{1}{0,15} = 6,8$  secondes qui se comparent aux 7 secondes mesurées.

Cette différence s'explique par le calcul approximatif de l'inertie et les erreurs de mesure de la vitesse de rotation de la roue qui diminue avec le frottement.

## 2°) Basculement d'une roue

Cette expérience a consisté à tenter de changer l'orientation de la roue de vélo tournant autour de son axe.



La roue est tenue verticalement par les deux extrémités de son axe par une personne qui tente d'appliquer un changement de direction à cet axe : l'effet constaté est surprenant car la roue résiste au changement de rotation et réagit en s'orientant horizontalement.

Cet effet appelé effet gyroscopique, s'explique également par l'équation  $\vec{C} = \vec{\Omega} \wedge \vec{L}$  :

Lorsque le moment cinétique  $\vec{L}$  est élevé, le changement de direction qui correspond à une rotation  $\vec{\Omega}$  (précession) provoque par réaction un couple  $\vec{C}' = -\vec{C}$

L'expérience suivante aura pour objet de caractériser le couple généré par un mouvement de précession imposé.

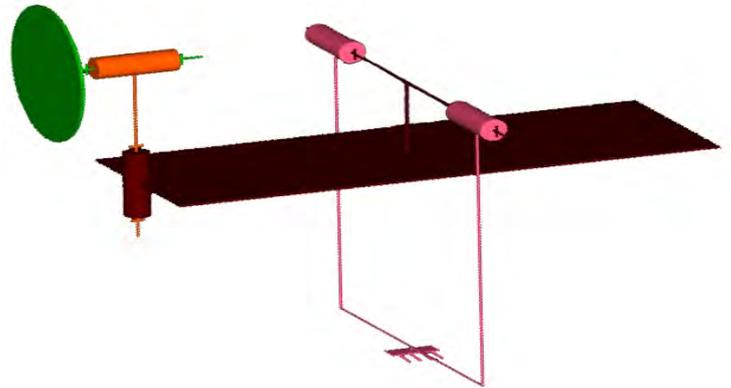
### 3°) Plate-forme sur pivot

Afin d'apprécier le phénomène de réaction du gyroscopique en réponse à un mouvement de précession imposé, nous avons conçu une plate-forme montée sur un axe de rotation horizontal, lui permettant un mouvement de balancier.

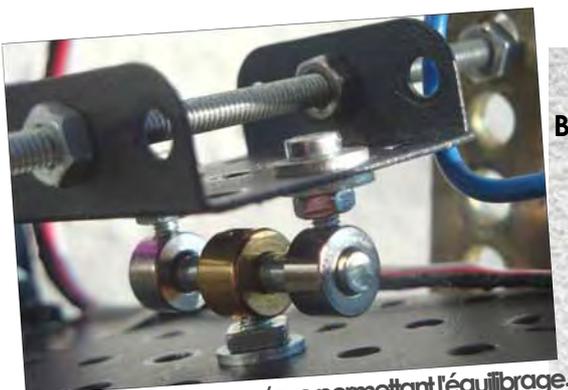
À l'extrémité de la plate-forme, nous disposons une roue montée sur un moteur en guise de gyroscope. Le moteur est fixé sur un servo permettant la rotation du gyroscope sur lui-même selon un axe vertical.

Le moment cinétique du gyroscope  $L$  se conjugue à la rotation délivrée par le servo  $\Omega$  et crée un couple résultant  $C'$  observable au niveau de l'axe du balancier.

Ci-joint le schéma cinématique du mécanisme :



La plate-forme a été aménagée afin de positionner le centre de gravité sur l'axe de basculement et éviter l'apparition d'un moment gravitationnel lors du basculement de la plate-forme.



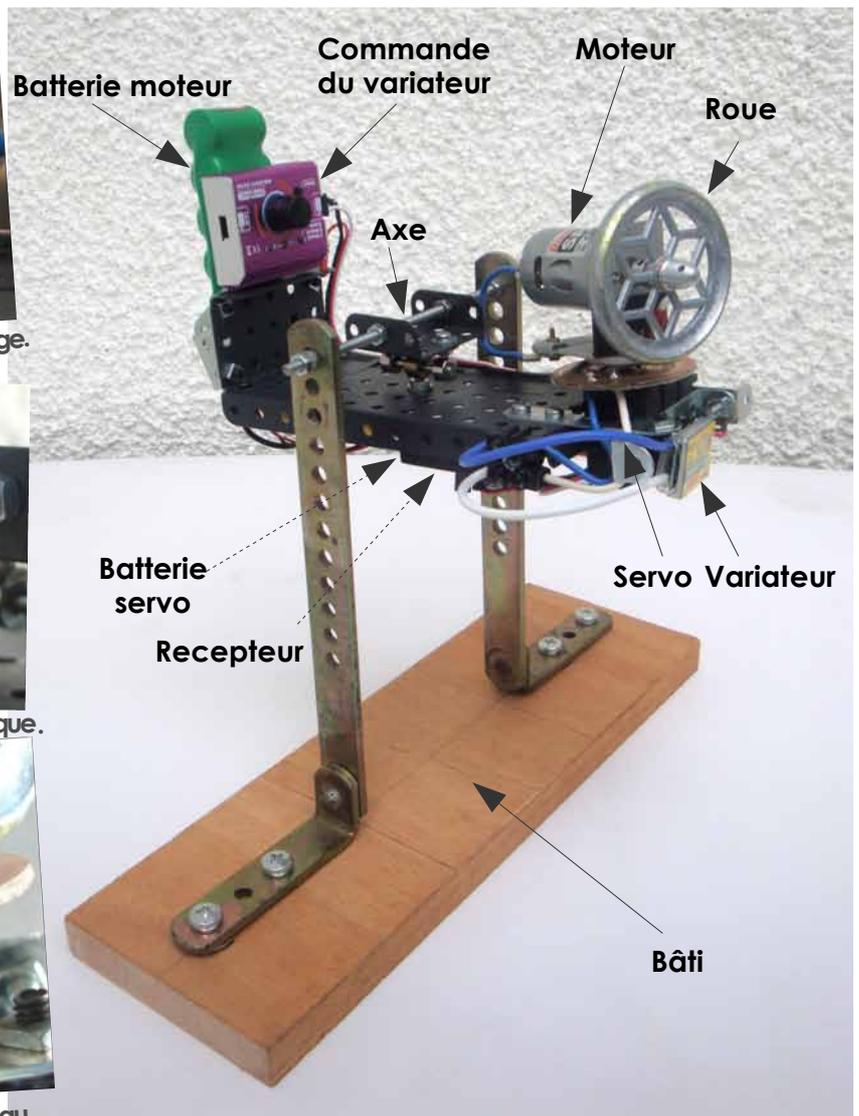
▲ Fixation plateforme/axe permettant l'équilibrage.



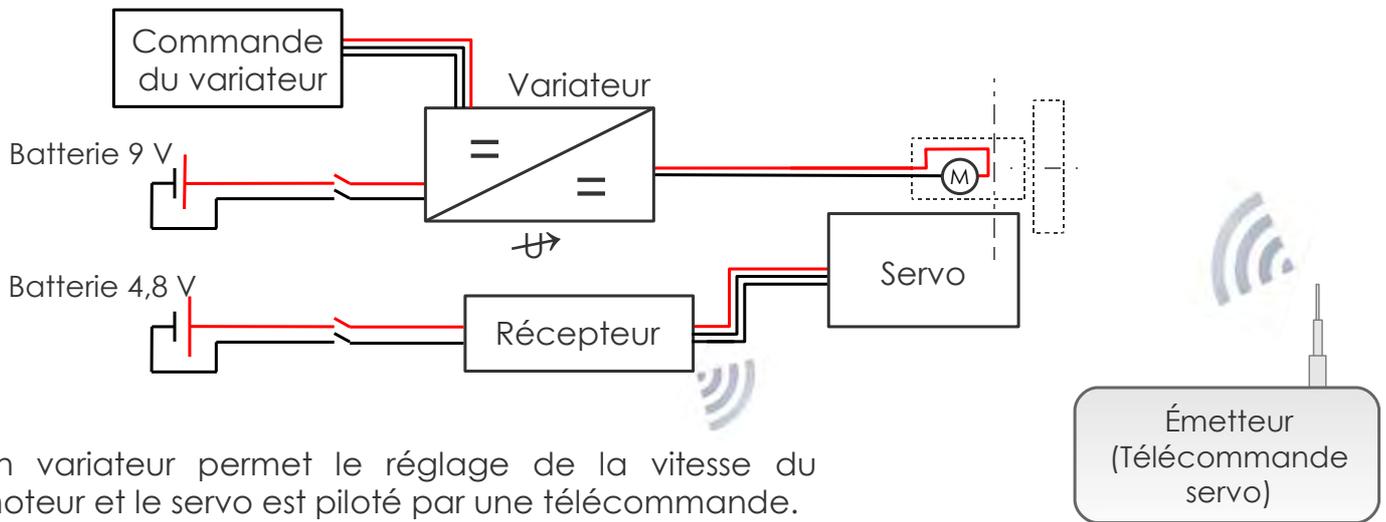
▲ Liaison pivot réalisée avec des rondelles en plastique.



▲ Collecteur tournant avec pistes en anneau et languettes de contact permettant la rotation.



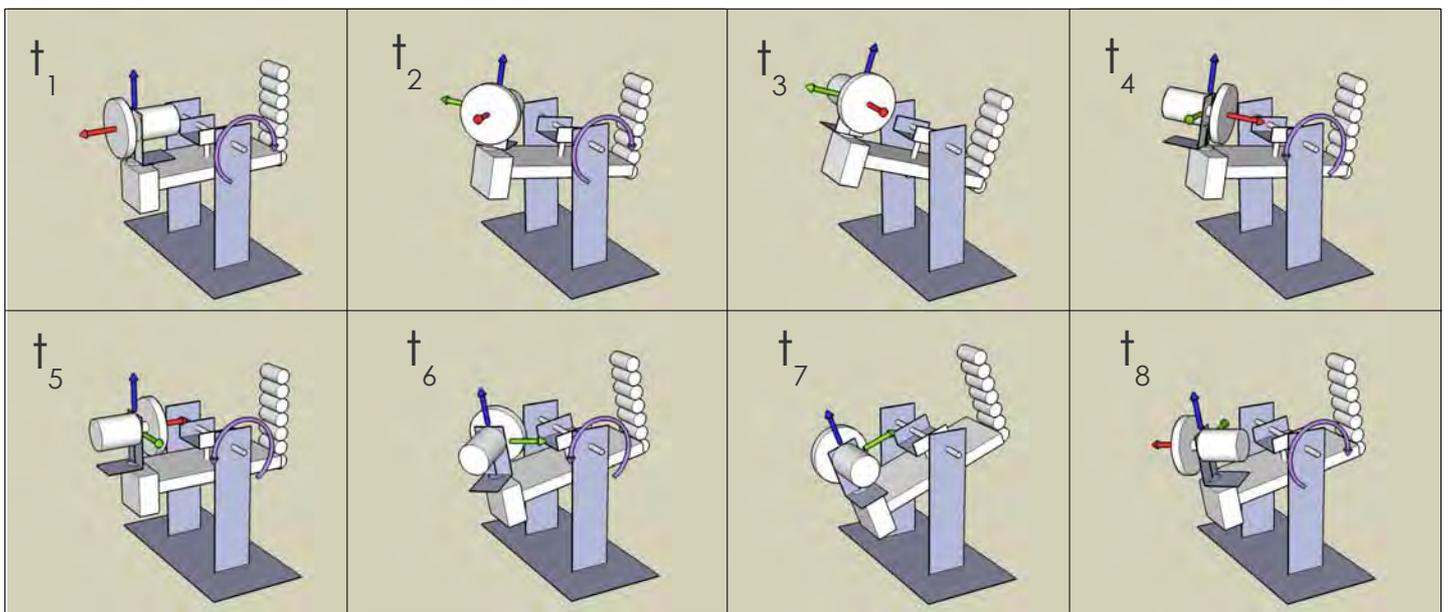
Le montage a été réalisé selon le schéma électrique suivant :



Un variateur permet le réglage de la vitesse du moteur et le servo est piloté par une télécommande.

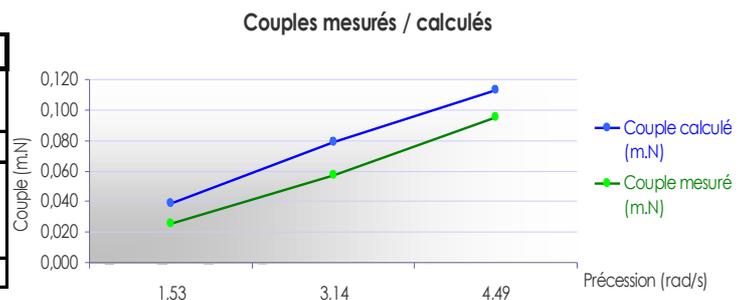
Lorsque le servo est commandé en rotation, nous observons un mouvement de rotation de la plate-forme dont le sens est alterné à chaque demi tour du servo.

Ce phénomène s'explique car le moment cinétique effectue un mouvement de rotation, donc le couple généré effectue également un mouvement de rotation autour de l'axe du servo et sa composante suivant l'axe du pivot de la plate-forme génère un mouvement de balançoire.



Le couple maximum produit est mesuré au moyen d'un ressort étalonné et les résultats obtenus sont comparés au couple calculé attendu. Les résultats présentés ci-dessous font apparaître une erreur d'environ 10 % qui s'explique par l'imprécision des mesures et les frottements des articulations.

Caractéristiques du gyroscope		
Masse toupie (Kg)	Rayon (m)	Inertie ( $\text{Kg.m}^2$ )
0,030	0,028	2,352E-05
Vitesse de rotation du moteur (tours/min)	Vitesse de rotation du moteur (rad/s)	Moment cinétique ( $\text{Kg.m}^2.\text{rad.s}^{-1}$ )
10 230	1 071	2,520E-02



Les résultats obtenus par ce gyroscope prototype (conception et performances), nous permettent de confirmer la faisabilité de notre projet de plate-forme qui pourra être conçue avec des éléments similaires.

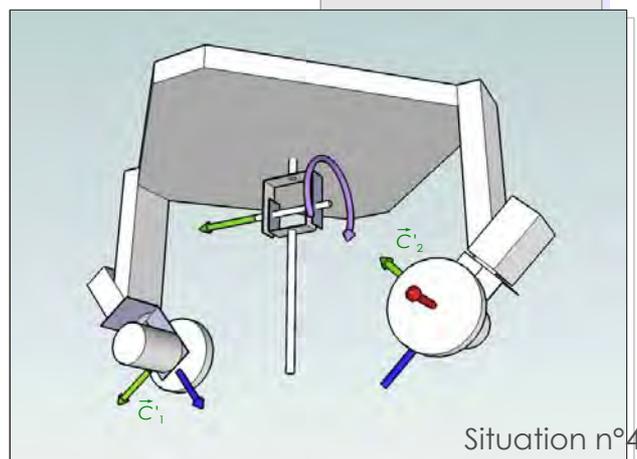
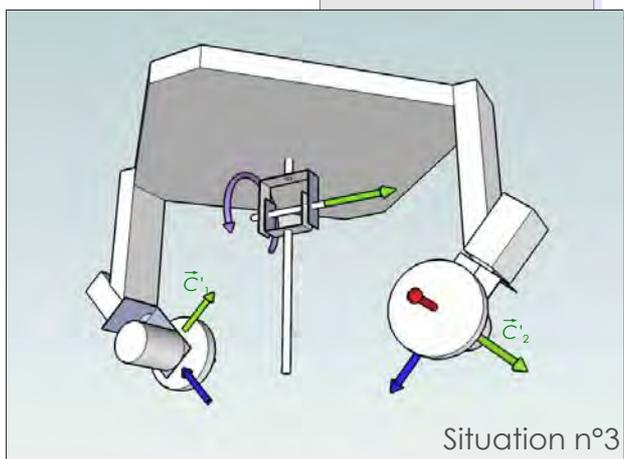
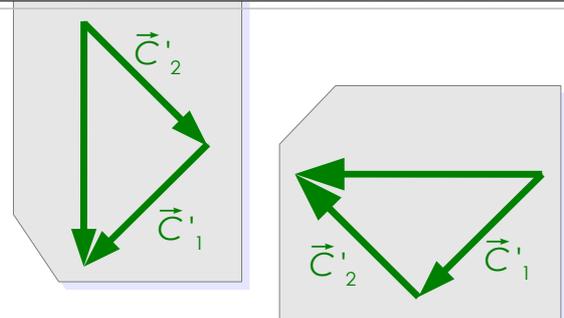
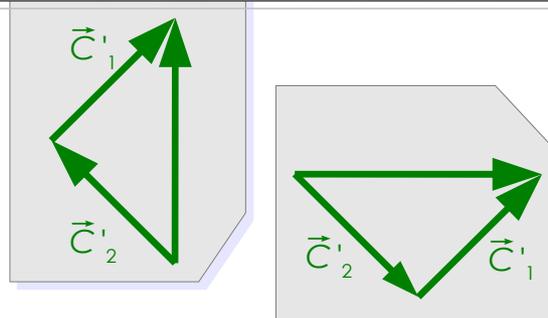
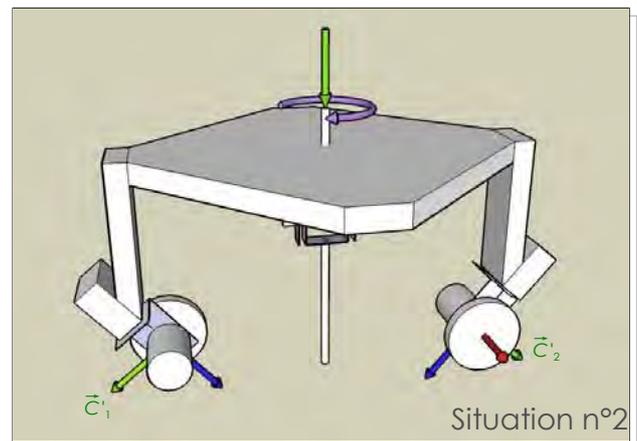
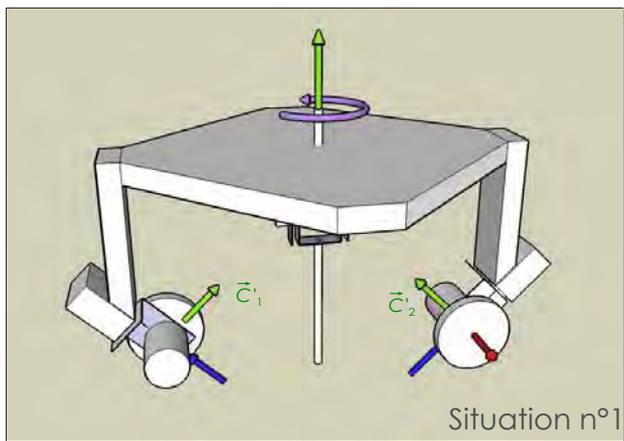
# III. Conception de la plate-forme

L'objectif final de notre projet était le pilotage de l'orientation d'une plate-forme par effet gyroscopique.

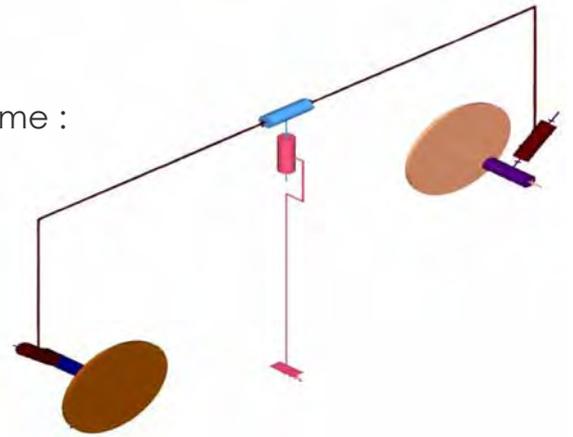
## 1°) Conception mécanique

La plate-forme a été conçue à partir d'un mécanisme permettant la rotation selon deux axes. Compte tenu de la rotation du couple généré que nous avons constaté dans l'expérience n°3 ; le système conçu est doté de deux gyroscopes placés de façon symétrique et orientés à 45° de telle sorte que la somme des deux couples soit orientée suivant une direction stable.

En combinant les différentes façons d'additionner les couples  $\vec{c}'_1$  et  $\vec{c}'_2$ , on obtient un couple résultant qui peut être orienté suivant quatre directions opposées deux à deux : Ces différentes combinaisons de couples conduisent au mouvement de la plate-forme.



Ci-joint le schéma cinématique de la plate-forme :

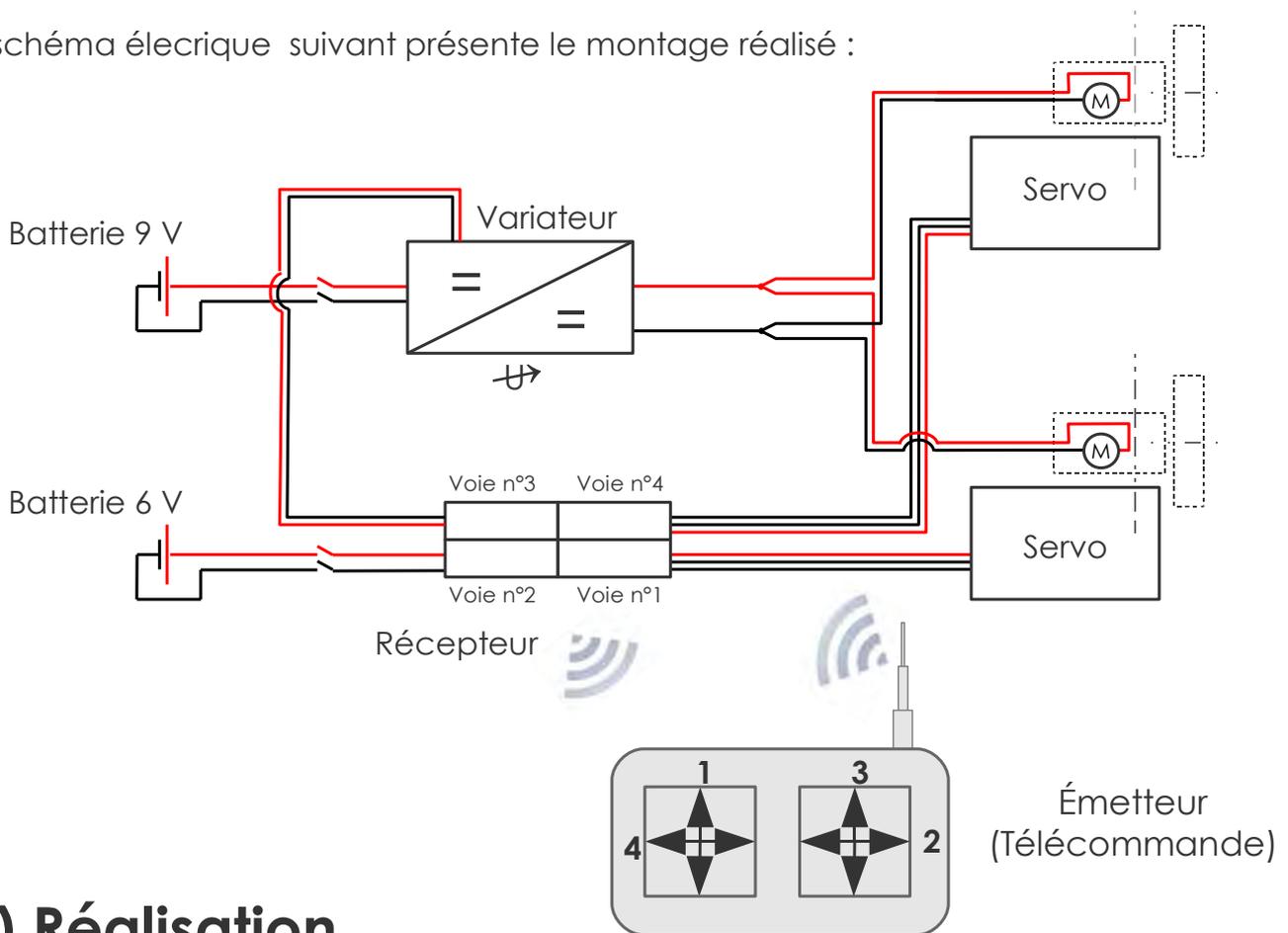


## 2°) Conception électrique

L'ensemble des commandes de la plate-forme sont télécommandées :

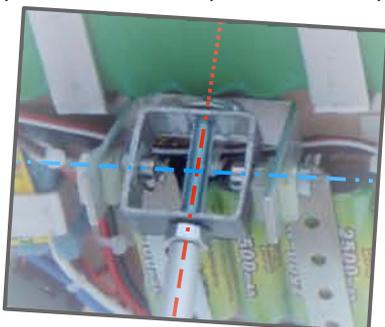
- Les moteurs sont montés en parallèle en sortie du variateur télécommandé par la voie 3
- Les servos réalisant les rotations des moteurs sont actionnés par les voies n°1 et n°4.

Le schéma électrique suivant présente le montage réalisé :



## 3°) Réalisation

La plate-forme a été réalisée à partir d'équipements standards assemblés par des supports réalisés par découpage, pliage et perçage d'un profilé en aluminium.

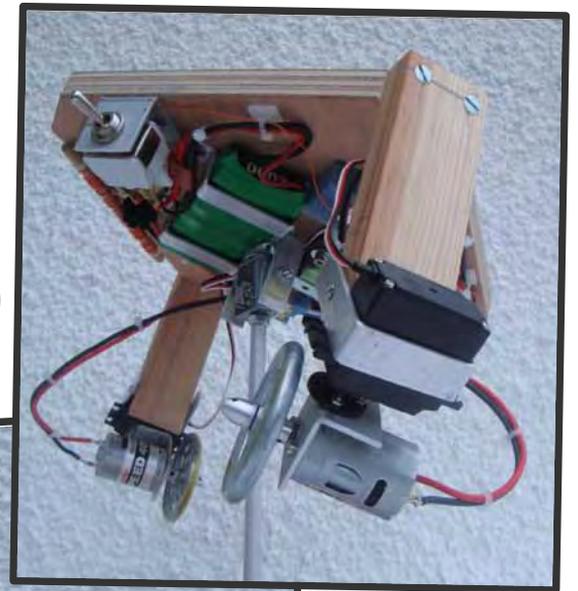
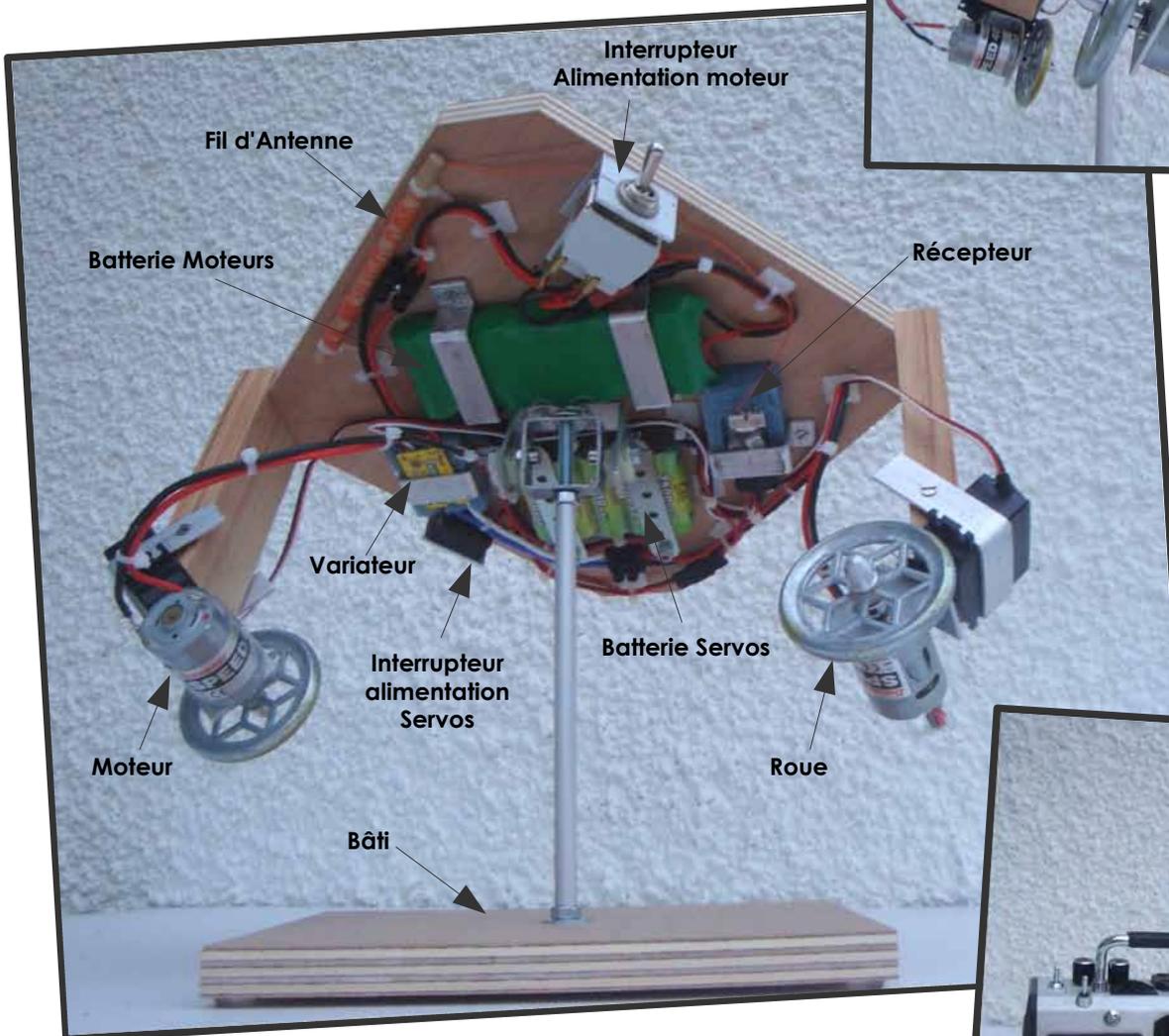


Une articulation offre une liaison pivot selon un axe **vertical** ainsi qu'une autre liaison pivot selon un axe **horizontal**. Dans un souci d'équilibre, l'aménagement a été réalisé afin que la position du centre de gravité du plateau équipé coïncide avec le centre de l'articulation. La disposition symétrique des batteries et le positionnement des gyroscopes déportés vers le bas viennent satisfaire cette contrainte de centrage.

Une vis permet un réglage vertical fin du centrage et les supports de fixation d'une batterie autorisent un réglage dans le plan horizontal.

La procédure de mise en route s'effectue par les actions suivantes :

- Mise en marche émetteur
- Mise sous tension récepteur (interrupteur en position ON)
- Position manche 3 (variateur moteur) au minimum
- Mise sous tension variateur (interrupteur en position ON)

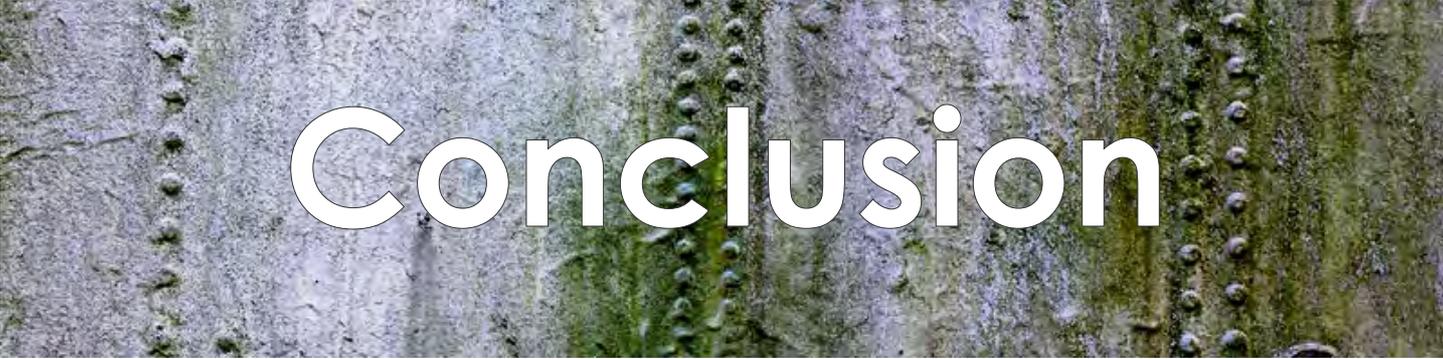


Le pilotage est réalisé par les joysticks :

- N° 3 pour régler la vitesse des roues des gyroscopes qui conditionnent la valeur des couples appliqués donc de la sensibilité des commandes,
- N° 1 et 4 pour régler l'orientation de la plate-forme.

Le pilotage permet des dépointages à partir de la position initiale de la plate-forme.

De tels actionneurs trouvent une application importante dans les systèmes d'orientation des satellites. Ce type de système permet de fournir des couples importants, bien adaptés au pointage rapide des plate-formes.



# Conclusion

Ces travaux ont eu pour but de mener à bien la conception et la réalisation d'une plate-forme orientée par des gyroscopes. Une approche pas à pas a été suivie afin de maîtriser progressivement les concepts puis la technologie mise en œuvre.

L'étude théorique nous a tout d'abord permis de comprendre les lois qui régissent le comportement d'un gyroscope et en particulier d'établir la relation entre le couple appliqué, la vitesse de précession et le moment cinétique :  $\vec{C} = \vec{\Omega} \wedge \vec{L}$

Des expériences réalisées avec une simple roue de vélo sont ensuite venues matérialiser et illustrer les principes énoncés pour mieux nous les approprier. Un montage plus élaboré, conçu avec une plate-forme montée sur un pivot et dotée d'un gyroscope monté sur un servo télécommandé, a été ensuite réalisé pour démontrer la faisabilité de notre projet et servir ainsi de prototype.

L'expérience acquise nous a permis de concevoir et réaliser notre projet de plate-forme orientable en pilotant par télécommande deux gyroscopes montés de façon symétrique, qui, combinés de différentes façons, génèrent différentes directions de rotations de la plate-forme.

Ce projet a été très formateur d'un point de vue technique car outre l'appropriation des principes théoriques, l'aspect multidisciplinaire qu'il a nécessité nous a démontré toute la richesse de l'intégration de différentes matières (physique, mécanique et électrique).

Enfin, au-delà de l'aspect technique, ce projet s'est avéré un véritable travail d'équipe également très riche où chacun s'est investi aussi bien dans le travail théorique que dans la conception des montages. Cette implication s'est avérée très créative et enthousiasmante et il est certain que notre TPE restera une expérience marquante de notre vie lycéenne!



# Sources

**Eugène Hecht**  
**« Physique »**  
**Éditions De Boeck Université, 2003**

<http://www.onera.fr/dcsd/gyrodynes/anim.php>

<http://www.jeunes-ailes.org>

<http://cm1cm2.ceyreste.free.fr/gyroscope.html>

<http://www.larousse.fr/encyclopedie/nom-commun-nom/gyroscope>

<http://www.larousse.fr/encyclopedie/article/gyroscope>

**André Chevalier**  
**« Guide du dessinateur industriel »**  
**Hachette Technique**  
**Édition 2004**

[http://pagesperso-orange.fr/gilbert.gastebois/java/gyroscope/theorie\\_gyroscope.l](http://pagesperso-orange.fr/gilbert.gastebois/java/gyroscope/theorie_gyroscope.l)

<http://toutsurlesegway.com>

[http://www.faidherbe.org/~foucault/fichiers/pdf/histoire\\_gyroscope.pdf](http://www.faidherbe.org/~foucault/fichiers/pdf/histoire_gyroscope.pdf)

<http://fr.wikipedia.org/wiki/Gyroscope>

<http://mouniere.blogspot.com/2008/05/nxt-le-capteur-gyroscopique-en-action.htm>

<http://eduscol.fr/tpe>

**Jean Louis Fanchon**  
**« Guide de Mécanique »**  
**Éditions Nathan, 2008**

<http://www.cssamares.qc.ca/ticp/apprentis/science/tourne/gyroscope.pdf>

<http://www.clevislauzon.qc.ca/Professeurs/Mecanique/ethierp/2-roues/other2.htm>